

## Chương I

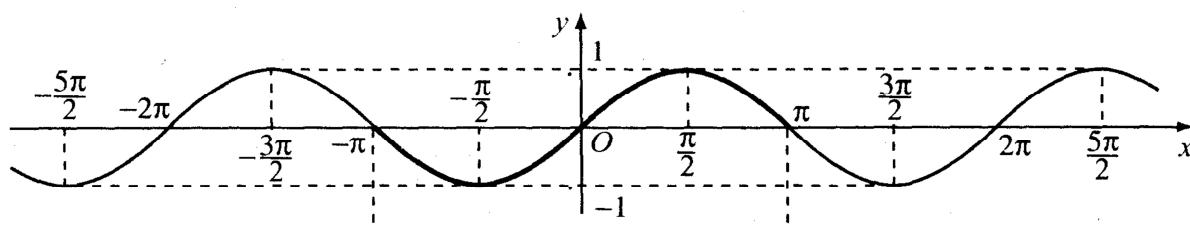
HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC VÀ PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC  
BÀI 1: HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC

## A. LÝ THUYẾT

1. Hàm số  $y = \sin x$ + Tập xác định:  $D = \mathbb{R}$ .+ Tập giá trị:  $T = [-1; 1]$  vì  $-1 \leq \sin x \leq 1, \forall x \in \mathbb{R}$ .+ Sự biến thiên: đồng biến trên mỗi khoảng  $\left(-\frac{\pi}{2} + k2\pi; \frac{\pi}{2} + k2\pi\right)$ ; nghịch biến trên mỗi khoảng

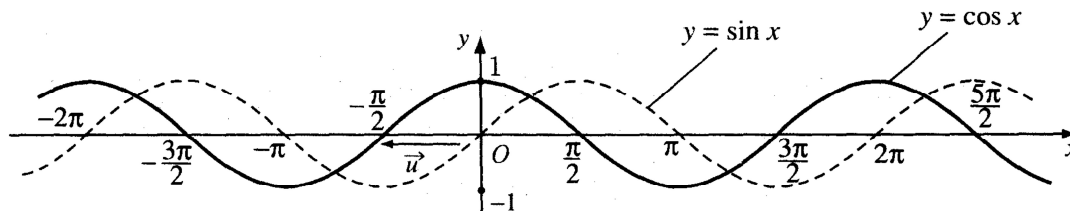
$$\left(\frac{\pi}{2} + k2\pi; \frac{3\pi}{2} + k2\pi\right), k \in \mathbb{Z}.$$

+ Đồ thị:

2. Hàm số  $y = \cos x$ + Tập xác định:  $D = \mathbb{R}$ .+ Tập giá trị:  $T = [-1; 1]$  vì  $-1 \leq \cos x \leq 1, \forall x \in \mathbb{R}$ .+ Sự biến thiên: đồng biến trên mỗi khoảng  $(-\pi + k2\pi; k2\pi)$ ; nghịch biến trên mỗi khoảng

$$(k2\pi; \pi + k2\pi), k \in \mathbb{Z}.$$

+ Đồ thị:



## Ví dụ 1.

a) Tìm các giá trị của  $x$  trên đoạn  $[0; 2\pi]$  để :

$$\sin x = 0 : \dots\dots\dots$$

$$\sin x = 1 : \dots\dots\dots$$

$$\sin x = -1 : \dots\dots\dots$$

$$\sin x > 0 : \dots\dots\dots$$

b) Tìm các giá trị của  $x$  trên đoạn  $[-\pi; \pi]$  để :

$$\cos x = 0 : \dots\dots\dots$$

$$\cos x = 1 : \dots\dots\dots$$

$$\cos x = -1 : \dots\dots\dots$$

$\cos x \leq 0$  : .....

**Ví dụ 2.** Tìm tập xác định của các hàm số :

a)  $y = \frac{1 + \cos x}{\sin x}$

.....  
 .....

b)  $y = \sqrt{\frac{1 + \cos x}{1 - \cos x}}$

.....  
 .....

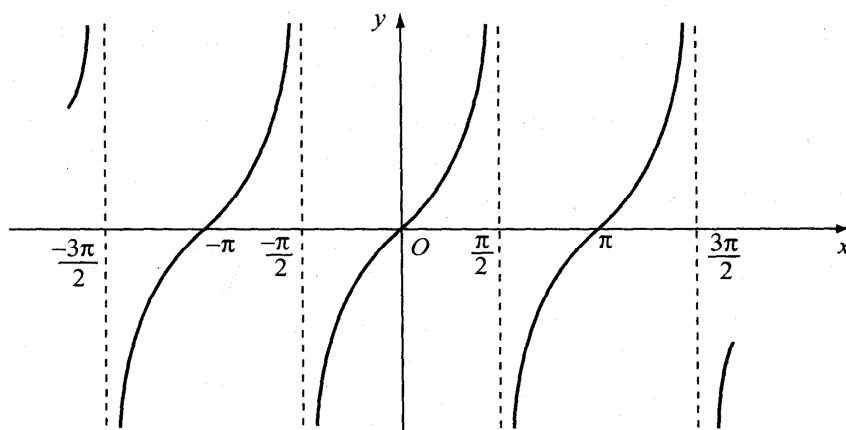
### 3. Hàm số $y = \tan x$

+ Tập xác định:  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$  vì  $\cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ .

+ Tập giá trị:  $T = \mathbb{R}$ .

+ Sự biến thiên: đồng biến trên mỗi khoảng  $\left( -\frac{\pi}{2} + k\pi, \frac{\pi}{2} + k\pi \right), k \in \mathbb{Z}$ .

+ Đồ thị:



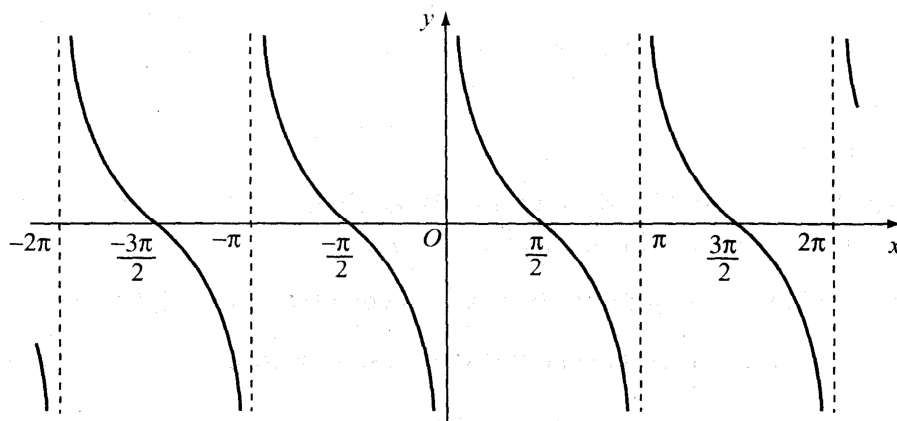
### 4. Hàm số $y = \cot x$

+ Tập xác định:  $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$  vì  $\sin x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}$ .

+ Tập giá trị:  $T = \mathbb{R}$ .

+ Sự biến thiên: nghịch biến trên mỗi khoảng  $(k\pi, \pi + k\pi), k \in \mathbb{Z}$ .

+ Đồ thị:

**Ví dụ 3.**

a) Tìm các giá trị của  $x$  trên đoạn  $\left[-\frac{3\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right]$  để :

$\tan x = 0$  : .....

$\tan x = 1$  : .....

$\tan x = -1$  : .....

$\tan x \geq 0$  : .....

b) Tìm các giá trị của  $x$  trên đoạn  $[-\pi; \pi]$  để :

$\cot x = 0$  : .....

$\cot x = 1$  : .....

$\cot x = -1$  : .....

$\cot x < 0$  : .....

**Ví dụ 4.** Tìm tập xác định của các hàm số :

a)  $y = \tan 2x$

.....

.....

b)  $y = \cot\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$

.....

.....

**B. BÀI TẬP****Dạng 1: Tập xác định của hàm số lượng giác****Câu 1.** Tập xác định của hàm số  $y = 2 \tan x + 5$  là:

- A.  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ .                      B.  $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ .  
 C.  $\mathbb{R}$ .                                  D.  $\mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ .

**Câu 2.** Tập xác định của hàm số  $y = 1 - \tan 3x$  là.

- A.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{3}, k \in \mathbb{R} \right\}$                       B.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{R} \right\}$   
 C.  $D = \mathbb{R} \setminus \{\pi + k\pi, k \in \mathbb{R}\}$                       D.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ k\frac{2\pi}{3}, k \in \mathbb{R} \right\}$

**Câu 3.** Tập xác định của hàm số  $y = 2 \cot \left( 2x - \frac{\pi}{3} \right)$  là:

- A.  $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{2\pi}{3} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$ .                      B.  $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ .  
 C.  $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ .                      D.  $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{5\pi}{12} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

**Câu 4.** Tìm tập xác định của hàm số  $y = \frac{1 + \cos x}{\sin x}$ .

- A.  $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$ .                      B.  $D = \mathbb{R} \setminus \{\pi + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$ .  
 C.  $D = \mathbb{R} \setminus \{\pi + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$ .                      D.  $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$ .

**Câu 5.** Tập xác định của hàm số  $y = \cot x - \frac{1}{\cos x}$  là

- A.  $\mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$ .                      B.  $\mathbb{R} \setminus \{k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$ .  
 C.  $\mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ .                      D.  $\mathbb{R} \setminus \left\{ k\frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

**Câu 6.** Tập  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{k\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$  là tập xác định của hàm số nào sau đây?

- A.  $y = \cot x$ .                      B.  $y = \cot 2x$ .                      C.  $y = \tan x$ .                      D.  $y = \tan 2x$

**Câu 7.** Tập xác định của hàm số  $y = \frac{\tan 2x}{\cos x}$  là

- A.  $D = \mathbb{R}$ .                      B.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \right\}, k \in \mathbb{Z}$ .  
 C.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$ .                      D.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} + k\pi \right\}, k \in \mathbb{Z}$ .

**Câu 8.** Tập xác định của hàm số  $y = \frac{\cot x}{\sin x - 1}$  là:

- A.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{3} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ .                      B.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ k\frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

C.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi; \pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}.$

D.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}.$

**Câu 9.** Tìm tập xác định của hàm số  $y = \frac{1}{\sin^2 x - \cos^2 x}.$

A.  $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}.$

B.  $\mathbb{R} \setminus \left\{ k\frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}.$

C.  $\mathbb{R}.$

D.  $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}.$

**Câu 10.** Tìm tập xác định của hàm số  $y = \frac{\sin x}{\sin x - \cos x}.$

A.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{\pi}{4} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}.$

B.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ k\frac{\pi}{4} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}.$

C.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\pi; \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}.$

D.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}.$

**Dạng 2: Sự biến thiên, đồ thị của hàm số lượng giác**

**Câu 11.** Hàm số  $y = \sin x$  đồng biến trên khoảng nào sau đây ?

A.  $\left( \frac{5\pi}{4}; \frac{7\pi}{4} \right).$

B.  $\left( \frac{9\pi}{4}; \frac{11\pi}{4} \right).$

C.  $\left( \frac{7\pi}{4}; 3\pi \right).$

D.  $\left( \frac{7\pi}{4}; \frac{9\pi}{4} \right).$

**Câu 12.** Khẳng định nào sau đây **sai**?

A.  $y = \tan x$  nghịch biến trong  $\left( 0; \frac{\pi}{2} \right).$

B.  $y = \cos x$  đồng biến trong  $\left( -\frac{\pi}{2}; 0 \right).$

C.  $y = \sin x$  đồng biến trong  $\left( -\frac{\pi}{2}; 0 \right).$

D.  $y = \cot x$  nghịch biến trong  $\left( 0; \frac{\pi}{2} \right).$

**Câu 13.** Trong các hàm số sau hàm số nào đồng biến trên khoảng  $\left( -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \right)$ ?

A.  $y = \cot x.$

B.  $y = -\tan x.$

C.  $y = \cos x.$

D.  $y = \sin x.$

**Câu 14.** Cho hàm số  $y = \cos x$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

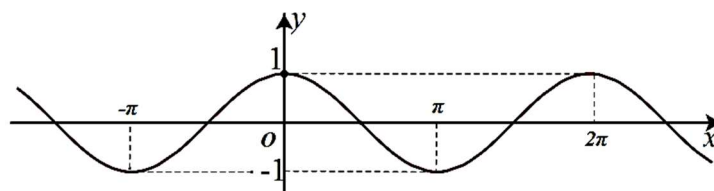
A. Hàm số nghịch biến trên các khoảng  $(-\pi; 0)$  và  $(0; \pi).$

B. Hàm số đồng biến trên khoảng  $(-\pi; 0)$  và nghịch biến trên khoảng  $(0; \pi).$

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-\pi; 0)$  và đồng biến trên khoảng  $(0; \pi).$

D. Hàm số luôn đồng biến trên các khoảng  $(-\pi; 0)$  và  $(0; \pi).$

**Câu 15.** Đường cong trong hình dưới đây là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



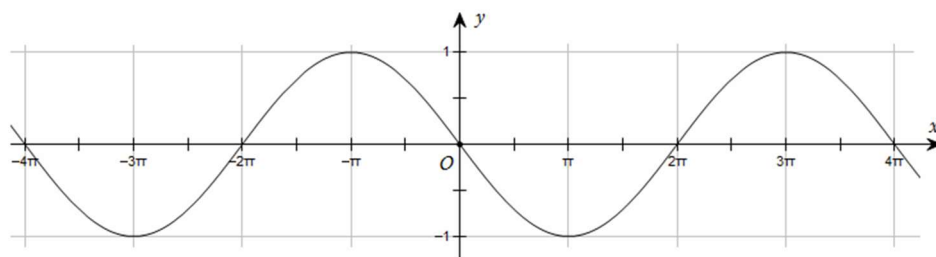
A.  $y = 1 + \sin x.$

B.  $y = 1 - \sin x.$

C.  $y = \sin x.$

D.  $y = \cos x.$

**Câu 16.** Đường cong trong hình dưới đây là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số sau đây?



- A.  $y = \sin \frac{x}{2}$ .      B.  $y = \cos \frac{x}{2}$ .      C.  $y = -\cos \frac{x}{4}$ .      D.  $y = \sin \left( -\frac{x}{2} \right)$ .

**Dạng 3: Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số lượng giác**

**Câu 17.** Tập giá trị của hàm số  $y = \sin 2x$  là

- A.  $[-2; 2]$ .      B.  $[0; 2]$ .      C.  $[-1; 1]$ .      D.  $[0; 1]$ .

**Câu 18.** Tìm giá trị lớn nhất  $M$  và giá trị nhỏ nhất  $m$  của hàm số  $y = 3\sin x - 2$ .

- A.  $M=1, m=-5$ .      B.  $M=3, m=1$ .      C.  $M=2, m=-2$ .      D.  $M=0, m=-2$ .

**Câu 19.** Tìm tập giá trị  $T$  của hàm số  $y = 3\cos 2x + 5$ .

- A.  $T = [-1; 1]$ .      B.  $T = [-1; 11]$ .      C.  $T = [2; 8]$ .      D.  $T = [5; 8]$ .

**Câu 20.** Tìm tập giá trị  $T$  của hàm số  $y = 5 - 3\sin x$ .

- A.  $T = [-1; 1]$ .      B.  $T = [-3; 3]$ .      C.  $T = [2; 8]$ .      D.  $T = [5; 8]$ .

**Câu 21.** Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = \sin^2 x - 4\sin x - 5$ .

- A.  $-20$ .      B.  $-8$ .      C.  $-9$ .      D.  $0$ .

**Câu 22.** Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = 3\sin x + 4\cos x - 1$ .

- A.  $\max y = 4$ ,  $\min y = -6$ .      B.  $\max y = 6$ ,  $\min y = -8$ .  
C.  $\max y = 6$ ,  $\min y = -4$ .      D.  $\max y = 8$ ,  $\min y = -6$ .

**Câu 23.** Giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số  $y = 4\sqrt{\sin x + 3} - 1$  lần lượt là:

- A.  $\sqrt{2}$  và  $2$ .      B.  $2$  và  $4$ .      C.  $4\sqrt{2}$  và  $8$ .      D.  $4\sqrt{2} - 1$  và  $7$ .

**Câu 24.** Hàm số:  $y = 5 + 4\sin 2x \cos 2x$  có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên?

- A.  $3$ .      B.  $4$ .      C.  $5$ .      D.  $6$ .